فرض منزلي رقم 01

الدورة الأولى

السنة الأولى علوم رياضية

التمرين الأول:

1)- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين:

$(E_1):\sqrt{x+7}+\sqrt{2.x-3}=4$ و $(E_2):2.[x]-3.[3.x]+7=0$.

2)- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$(I_1):\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}\succ\frac{1}{2}$ و $(I_2):3.([x]-2)-x.([x]+2)\geq 0$.

3)- بين أن:

$\forall (x,y)\in I^2: x+y-2\times x.y\in I$ ، حيث $I=\left]0,\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2},1\right[$.

4)- بين أن: $\left|4.x^2y-x-y\right|\leq\frac{17}{16}$ لكل x و y من $\mathbb{R}$ بحيث $|x|\leq\frac{1}{2}$ و $|y|\leq\frac{1}{2}$.

التمرين الثاني:

1)- أ)- هل التكافؤ التالي صحيح أم خاطئ؟ علل جوابك ،

$\forall (n,m)\in\mathbb{N}^2: n\times m\in 2.\mathbb{N}\Leftrightarrow (n\in 2.\mathbb{N})$ أو $(m\in 2.\mathbb{N})$.

ب)- أكتب نفي العبارة التالية: "$p:\forall x\in\mathbb{R},\exists y\in\mathbb{R}/x\times y=1$" و إستنتج قيمة حقيقتها .

2)- لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية من بينها 0 و عددين غير منعدمين إشارتهما مختلفة و تحقق الإستلزامات التالية:

$(1)x=0\Rightarrow y\succ 0;(2)x\succ 0\Rightarrow y\prec 0;(3)y\neq 0\Rightarrow z\succ 0$

قارن x و y و z .

3)- بين أن العدد $1+2\times 3^{n-1}+5^n$ يقبل القسمة على 8 لكل n من $\mathbb{N}^*$.

4)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع: $S_n=1-3+5-7+.....+(-1)^n(2.n+1)$

أ)- أحسب S_1 و S_2 و S_3 .

ب)- بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}^*: S_n=(-1)^n\times(2.n+1)$.

5)- بين بالترجع أن: $\forall n\geq 24(n\in\mathbb{N}),\exists(p,q)\in\mathbb{N}^2/n=5.p+7.q$.

التمرين الثالث:

نعتبر المجموعة: $A=\{x.y-6.x-7.y+42/x,y\in[3,5]\}$.

1)- بين أن المجموعة A مصغورة بالعدد 2 و مكبورة بالعدد 12 .

2)- بين أن: $ppe(A)=2$ و $pge(A)=12$.

التمرين الرابع:

ليكن $f:[a,b]\to[a,b]$ تطبيقا تزايديا ، حيث $a\prec b$.

نضع: $B=\{x\in[a,b]/f(x)\leq x\}$.

1)- بين أن المجموعة B تقبل محدا سفليا α و أن: $a\leq\alpha\leq b$.

2)- بين أن العدد α هو العنصر الأصغر للمجموعة B أي ($ppe(B)=\alpha$) .

3)- بين أن العدد α صامد بالتطبيق f (أي $f(\alpha)=\alpha$).

4)- صغ الخاصية التي برهنت عليها .